

Nuova Umanità
XXXI (2009/2) 182, pp. 279-290

UN MODO DIVERSO DI FARE MATEMATICA: LA LEZIONE DELLA MATEMATICA CINESE

Si dice che la Storia viene scritta dai vincitori e, pertanto, non tiene conto delle ragioni dei vinti, che vengono gradualmente dimenticate. Questo avviene anche semplicemente per disinteresse e non necessariamente per motivi ideologici. In genere ci si riferisce a vincitori e vinti di guerre per il dominio militare e politico, ma si può dire lo stesso anche a riguardo del confronto fra diverse culture.

In particolare, l'Occidente, opulento e orgoglioso dei suoi successi militari, scientifici e tecnologici, tende a sminuire il valore delle altre culture e, anche quando in principio ravvisa in esse un importante patrimonio, fatica a valorizzarlo appieno e a riconoscerne il positivo apporto alla propria cultura. La storia delle relazioni fra la matematica cinese e quella occidentale sembra esserne un esempio. Nonostante ci siano ben documentati scambi commerciali tra Cina e Occidente già dall'epoca romana imperiale – scambi che sono proseguiti nei secoli attraverso, per esempio, la via della seta – la possibilità che la matematica cinese antica possa avere avuto una qualche influenza su quella occidentale, oggi ritenuta vincente, è scarsamente considerata. Se una qualche influenza viene ammessa, in genere si intende quella della matematica occidentale su quella orientale.

Se ulteriori ricerche sulle interazioni fra le matematiche d'Oriente e d'Occidente non verranno svolte, la situazione non sembra molto diversa da quella descritta da C.B. Boyer già negli anni '70 del XX secolo: le notizie sulla matematica antica cinese sono scarse e poco attendibili, da un punto di vista storico. Per esempio, Boyer dice che il testo cinese ritenuto più antico è il

*Chou Pei Suan Ching*¹, che viene datato con uno scarto di circa un millennio: dal 1200 a.C. al 300 a.C., il che crea ovvie difficoltà nello stabilire se certi risultati fossero stati ottenuti autonomamente dai matematici cinesi o se fossero stati importati. Inoltre, alcuni autori vedono in questo testo la dimostrazione che nell'antica Cina, come in altre nazioni (in Babilonia per esempio), la geometria era soltanto un esercizio algebrico, senza particolari contenuti concettuali. Quanto all'abaco, Boyer dice che è solo possibile, non certo, che fosse usato in Cina prima che in Europa; se poi il suo utilizzo in Cina, Arabia ed Europa fosse dovuto ad invenzioni indipendenti o no resta da vedere.

L'epoca aurea della matematica cinese si conclude verso il 1300, con un'opera chiamata *Prezioso specchio* di Chu Shih-chiech, di cui però non si conoscono né la data di nascita né quella di morte. Per di più, nemmeno gli scritti di Chu Shih-chiech, ritenuti eccelsi in Oriente, sembrano riportare dimostrazioni dei risultati presentati, in netto contrasto con la tradizione occidentale, che trova nella dimostrazione logico deduttiva il suo punto di forza.

Si completa questo quadro piuttosto desolante con l'osservazione che a tutt'oggi rimangono sconosciuti gli scambi che potrebbero essere avvenuti fra Cina e India nel primo millennio cristiano.

Ciononostante, basta pensare alla palese diversità delle culture orientale e occidentale e al fatto che il fare matematica è intimamente legato alla cultura in cui questo avviene, per rendersi conto che la matematica cinese non può non essere depositaria di un patrimonio immenso, che conviene scoprire e condividere. Per esempio, salta subito all'occhio che in Occidente l'unitarietà del sapere è stata gradualmente sostituita da una frammentazione di cui si soffre specialmente oggi, quando la complessità e la globalità delle sfide che scienza e società si trovano ad affrontare imporrebbe proprio un approccio interdisciplinare e multidisciplinare unitario. Questo non è avvenuto, perlomeno fino all'epoca moderna, nelle civiltà orientali.

¹ Si tratta di un testo di astronomia – «Chou Pei» dovrebbe riferirsi a traiettorie circolari – che contiene anche un'introduzione all'uso delle frazioni.

Pur tenendo presenti le difficoltà che ci si trova a fronteggiare, le fonti storiche disponibili sono abbastanza affidabili riguardo ad alcuni aspetti della matematica cinese antica. Per esempio, che la notazione matematica cinese fosse decimale già in epoche di molto anteriori alle notazioni decimali di altri Paesi, sembra appurato. Questo avvalorava la tesi di uno sviluppo indipendente della matematica cinese da quello greco o babilonese, facendo pensare che se qualche interazione con altre matematiche si verificò prima del 400 d.C., la Cina dovette esportare più matematica di quanta non ne importò. L'analisi di periodi successivi è più difficile. Sembra però plausibile che numerosi risultati siano stati ottenuti dai matematici cinesi diversi secoli prima che vedessero la luce in Occidente. Vediamone qualche esempio.

a) Il più antico sistema posizionale decimale apparve in Cina verso la fine del III secolo a.C. Questo sistema era simile al nostro, ma già nel XIV secolo a.C. una notazione posizionale con 9 cifre pare che fosse in uso in Cina. Per confronto, il sistema decimale Hindu-Arabo, oggi in uso, ha le sue origini nel VI secolo d.C.²

b) Si ritiene che lo svolgimento di un algoritmo per estrarre le radici quadrate e cubiche fu spiegato per la prima volta da Chiu Chang e perfezionato da Sun Tzu attorno al 400 d.C.

c) Attorno all'inizio dell'era cristiana, in Cina, apparvero per la prima volta i numeri negativi.

d) Il triangolo "di Pascal" era conosciuto dai matematici cinesi circa 350 anni prima di Pascal, e forse già attorno all'anno 1050.

e) Pare che metodi numerici per la soluzione di equazioni di grado elevato simili a quelli sviluppati da Horner e Ruffini nel XIX secolo, fossero conosciuti in Cina già nel XIII secolo.

² Il sistema posizionale conduce in modo naturale all'introduzione dello zero, anche se questo è un concetto che impiegò molto più tempo ad essere esplicato. Per esempio, in assenza di un simbolo per lo zero, veniva lasciato uno spazio vuoto al suo posto. A questo proposito si osserva che non è detto che lo zero sia stato introdotto per la prima volta in India, come spesso si crede; lo zero potrebbe essere venuto dalla Grecia.

f) I valori di π greco (π), calcolati da Liu Hui (263 d.C.) e Tsu Chih (400 d.C.) rimasero i più accurati per un millennio.

g) Una trattazione a parte sarebbe richiesta dal cosiddetto teorema di Pitagora per i triangoli rettangoli, già presente nel *Chou Pei Suan Ching*. Non ci sembra corretto affermare che tale teorema non sia stato dimostrato in Cina o che le sue dimostrazioni cinesi abbiano uno scarso contenuto concettuale, come sovente viene fatto. Al di là dell'antichità delle dimostrazioni cinesi, è da rimarcare la loro originalità e, per alcuni autori, non è esagerato considerarle come i prodromi della moderna geometria algebrica. La differenza fondamentale tra la dimostrazione cinese del teorema di Pitagora e quella euclidea sta nel fatto che la seconda richiede una notevole conoscenza delle proprietà geometriche di aree e triangoli, mentre quella cinese fa riferimento a due sole proprietà all'epoca ritenute di senso comune: l'area di una figura piana non cambia per traslazioni spaziali e se la figura viene tagliata in diverse parti, la somma delle aree delle parti uguaglia quella della figura originale. Di conseguenza il teorema diventa facilmente applicabile a molti problemi pratici.

Questa carrellata di risultati potrebbe essere continuata a lungo, ma allo stato attuale va incontro alle difficoltà storiche menzionate prima. Dimostra tuttavia la vivacità della matematica cinese antica, indotta od originale che fosse, e ci spinge allora ad un confronto con la matematica occidentale. A questo proposito, conviene dare uno sguardo alle difficoltà linguistiche che si debbono superare perché il confronto si faccia possibile.

I linguaggi occidentali e orientali con cui si vorrebbe comunicare un certo risultato sono difficilmente traducibili gli uni negli altri. Per esempio, la parola cinese *tian* rappresenta sia dei campi (d'erba ecc.) che una certa classificazione delle figure geometriche, e non può essere tradotta adeguatamente. Al contrario, termini come *definizione*, *assioma* e *teorema*, che costituiscono le fondamenta del linguaggio matematico occidentale, non hanno un corrispondente cinese. Non solo, i diversi termini che compaiono in un problema non sono rigidamente definiti dalla matematica cinese e possono cambiare di significato lungo uno stesso te-

sto. Questa è una cosa inconcepibile nella matematica occidentale, la quale pone molta attenzione alle definizioni degli oggetti di studio, in modo da eliminare ogni possibile ambiguità di significato dal proprio linguaggio.

Così, assioma e dimostrazione furono tradotti in qualcosa che suona come “commenti”, nelle prime traduzioni in cinese dei testi occidentali fatte dai padri missionari gesuiti. Ma, chiaramente, un commento è una cosa ben diversa da una dimostrazione, secondo le categorie occidentali ³.

Le differenze linguistiche sono sintomo delle diverse culture e dei modi diversi di porsi nei confronti del Mondo in cui si vive. Per esempio, molti autori sostengono che nella concezione cinese l'Universo è un sistema naturale che risulta molto soddisfacente così com'è, essendo in esso tutto intimamente legato e armonizzato, e di conseguenza non spinge a ricercare qualcosa al di fuori di sé, o qualcosa che lo trascenda. Al contrario, porta a dare molta attenzione alle cose concrete di cui è fatto e all'armonia al suo interno, piuttosto che al raggiungimento di un piano spirituale che gli stia oltre. Pertanto, qualunque teoria che volesse essere una spiegazione assoluta di un aspetto isolato dell'Universo viene vista con sospetto nella cultura cinese, perché inevitabilmente affetta dai limiti della comprensione umana e, in ultima analisi, inadatta allo scopo prefisso.

Un tale atteggiamento si manifestò, per esempio, nell'accoglienza, sorprendente per un occidentale, che i cinesi riservarono agli *Elementi* di Euclide, importati in Cina dai gesuiti nel XVI secolo. Quello che l'Occidente celebra come il trionfo della razionali-

³ A questo proposito vale la pena osservare che il concetto di assioma non era del tutto estraneo alla matematica cinese. Ad esempio, nel *Libro di Mastro Mò*, precedente la dinastia Qin del III secolo a.C., si trovano queste frasi: «Piatto: stessa altezza | Dritto: tre punti collineari | Stessa lunghezza: si sovrappongono esattamente | Centro: punto di stessa lunghezza | Circonferenza: un centro con stessa lunghezza». Pur in modo diverso da quello occidentale, queste frasi danno chiaramente gli assiomi fondamentali della geometria. Quanto poi alla definizione di circonferenza, vi si riconosce una notevole somiglianza con quella moderna.

tà, fu visto come strano, di scarsa utilità e, soprattutto, *sospettamente teologico*, per la sua struttura *dogmatica*, basata su assiomi e deduzioni logiche, aventi la pretesa di essere assolutamente certe ⁴.

In Cina, la comprensione era rimandata alla riflessione personale e al rapporto con il maestro. Per questo l'argomentazione logica tesa a giustificare una certa affermazione (la dimostrazione) non veniva considerata come particolarmente importante. La *giustificazione*, se data, aveva solo uno scopo pedagogico, e non quello di convincere o di dimostrare la correttezza o veridicità dell'affermazione. Quindi, la giustificazione poteva prendere forme diverse, tante quante le persone alle quali l'affermazione veniva proposta. Nelle parole di Ji Kang, questo modo di procedere veniva legittimato così: «nessuno ha il metodo buono (...) in questo mondo non ci sono modi naturalmente corretti e fra i metodi non ci sono tecniche solamente buone».

Fra i modi usati per “dimostrare” teoremi, veniva data ugual dignità all'uso di esempi accuratamente scelti (in cui le cose funzionano), o ad argomentazioni formalmente incomplete o perfino a volte errate. In particolare, gli esempi concreti che venivano dati a giustificazione di un'affermazione non avevano alcuna pretesa di generalità, dato che questa richiederebbe un processo di astrazione non apprezzato dalla cultura cinese. Insomma, la matematica non rivestiva un ruolo di particolare importanza rispetto alle altre discipline ed il ragionamento logico deduttivo non era ritenuto superiore ad altri. D'altro canto, per quali ragioni avrebbe dovuto esserlo?

Non è chiaro, infatti, che il ragionamento logico deduttivo conduca necessariamente a risultati in qualche modo superiori a quelli derivati per altre vie, come attraverso l'*intuizione*, le analo-

⁴ Si deve notare che un sano scetticismo nei confronti delle costruzioni teoriche intese a descrivere qualche aspetto del mondo reale è apprezzato anche dalla scienza occidentale. Questa, però, resta a volte “ammaliata” dall'eleganza dei propri modelli matematici, a volte dimenticandone i limiti di validità, quasi identificando i modelli con la realtà che intendono descrivere. Le conseguenze sono spesso dibattiti scarsamente costruttivi su falsi paradossi.

gie, le manipolazioni fisiche di oggetti, ecc. Difatti, i cinesi arrivarono a scoperte di portata impressionante con i loro metodi, mentre Pitagora, per esempio, dovette ricorrere a metodi come quello di esaurimento, i cui fondamenti logici non sono immuni da difficoltà, per giustificare certi suoi risultati ⁵. D'altro canto, la validità di un'affermazione vera non viene diminuita dal fatto che non se ne sia data, o che sia impossibile darne, una dimostrazione rigorosa all'interno di un sistema logico formale ⁶.

In altre parole, il procedere da problemi concreti anche nel lavoro concettuale era ritenuto in Cina di gran lunga superiore al metodo logico deduttivo sviluppato dalla classicità greca.

Ma perché la Cina sviluppò un modo tanto diverso da quello occidentale di pensare la matematica? È una domanda alla quale non si può rispondere facilmente, ma si può osservare che la trasmissione dei valori attraverso l'organizzazione della società cinese produsse un ambiente più stabile e una maggiore tranquillità, di quanto non si potesse sperare nella competitiva e bellicosa Grecia. Questo influenzò sicuramente i matematici cinesi che puntarono più alla collegialità e alla conciliazione che alla competizione e all'individualismo, tipici, e in qualche modo necessari a sopravvivere, nel mondo occidentale.

In Cina il maestro veniva considerato più dell'argomentazione che presentava a sostegno di una sua tesi. Così, quello che a noi potrebbe sembrare un procedimento errato, perché affetto da lacune o errori logici, in Cina poteva essere messo accanto a procedimenti corretti, per rispetto di chi l'aveva concepito, dandogli magari il posto di un'osservazione interessante, anche se di portata limitata.

⁵ Anche in Occidente il dibattito su cosa sia una dimostrazione rimane aperto, pur avendo goduto delle attenzioni delle migliori risorse intellettuali e dei migliori talenti matematici: da un lato si vorrebbe che ogni dimostrazione potesse essere ridotta ad un automatico utilizzo di simboli, senza alcun coinvolgimento o interferenza personale da parte di chi la opera, come garanzia dell'oggettiva correttezza del risultato; dall'altro lato si riconosce che questo non è né possibile né utile, in quanto ridurrebbe il progresso alla mera esplicitazione di affermazioni già contenute negli assiomi di partenza.

⁶ Il riferimento ai teoremi di Gödel è naturale, ma non necessario.

Questo sarebbe inaccettabile in Occidente, dove, in ogni caso, la ricerca del rigore logico non mira intenzionalmente al confronto o alla sfida, quanto alla verifica delle proprie intuizioni e può acquistare anche un significato etico-morale. Infatti, nella ricerca del rigore si riconosce un comportamento intellettualmente onesto, che non cerca scorciatoie e facili risultati, a rischio di errore. La ricerca del rigore è un atto di umiltà; è una presa di coscienza dei propri limiti, compresi quelli di comprensione.

Tuttavia un tale atteggiamento presuppone un concetto di verità apersonale, l'esistenza di qualcosa di certo e indipendente da chi l'ha concepito, la possibilità di distinguere con un taglio netto il bianco dal nero. In altre parole, l'antagonismo è insito nel modo di ragionare occidentale, che oppone spontaneamente un'antitesi ad ogni tesi che si presenti.

Il risultato è che il voler procedere in tutta onestà, non confidando semplicemente sulle proprie personali intuizioni ed idee, ma operando perché tutto abbia valore per tutti e possa essere condiviso ⁷, spesso finisce con l'escludere una quantità di persone. Infatti, in Occidente, non è raro trovare chi sostiene con una punta d'orgoglio di non capire nulla di matematica, come se si stesse ribellando alla tirannia del pensiero razionale, reputato incapace di sollevarsi al di sopra di questioni puramente tecniche e funzionali. È ancor meno raro trovare chi semplicemente ritiene la matematica una materia incomprensibile, avulsa dalla vita di tutti i giorni o, nella migliore delle ipotesi, fatta per una piccola schiera di eletti.

Questo è forse conseguenza del modo impersonale di affrontare la materia, che l'Occidente ha basato su regole che, una volta codificate, diventano rigide e vincolanti per chiunque vi si voglia avvicinare. Il non sapersi conformare a tali regole impedisce la partecipazione al discorso. Così il matematico viene spesso visto come un personaggio strano, custode di verità assolute ma esoteriche; a suo agio con oggetti incomprensibili alla "gente comune".

⁷ Per questo un esperimento deve essere riproducibile, un risultato deve essere chiaro a tutti.

Lungi dall'essere un complimento per il matematico, questo rivela la frattura che in Occidente si è creata fra il mondo della matematica e larghe fette di società, che sente ostile la matematica prima e tutto il mondo scientifico poi. Ma privare la propria cultura della matematica è privarsi di una forma d'espressione come lo sono la musica, o la poesia.

Il dilagare della frattura fra matematica e società, che arriva a toccare intere scuole di pensiero è un fatto recente. Mentre in passato la matematica era considerata essenziale alla formazione delle persone colte, oggi, in certi ambienti, si arriva a teorizzarne l'inutilità e addirittura la pericolosità. D'altro canto, l'esempio dato dalla matematica moderna non è sempre stato all'altezza dei suoi scopi, essendosi essa stessa frammentata in tante branche fra le quali è difficilissimo dialogare. Ci sono risultati importanti, come quello che contiene il teorema di Fermat recentemente dimostrato, che sono compresi da pochissimi addetti ai lavori perché fanno uso di tecniche sviluppate in branche diverse della matematica.

Nelle culture orientali, questa frattura non si è verificata. L'atteggiamento tollerante, di rispetto della persona più che del risultato, assieme al rifiuto di concedere un potere illimitato al ragionamento logico deduttivo, potrebbe aver avuto in tali culture il merito di salvare il contatto fra persone e disciplina.

Si pone allora il problema di misurare il successo dell'approccio cinese alla matematica e di quello occidentale.

L'approccio occidentale, basato su definizioni introdotte in modo operativo e su protocolli e precise modalità di controllo, tesi a renderne i risultati, per quanto possibile, obiettivi ed incontrovertibili ⁸, ha senza dubbio superato in quantità ed in profondità i ri-

⁸ G.M. Prosperi, nel Quaderno Sefir n. 2, *Memoria dell'origine*, PUL, Murcia (2001), descrive così il punto di vista della scienza occidentale: «Non è necessario, per comprendere qualcosa del mondo che ci circonda, affrontare ogni problema nella prospettiva della totalità. È invece tipico dello scienziato il definire e delimitare il più precisamente possibile il proprio campo d'indagine, rinunciando, come diceva Galileo, alla pretesa di cogliere "l'essenza vera ed intrinseca" delle cose naturali per accontentarsi di considerare solo alcuni aspetti che pure permettono di ottenere risultati significativi. Una scelta fondamentale è poi quel-

sultati ottenuti da tutti gli altri approcci messi assieme. Questo è testimoniato anche dalle ricadute sullo sviluppo tecnologico.

La laboriosa onestà intellettuale che corrisponde a questo modo di procedere, evidentemente ha meriti notevoli e storicamente ha avvantaggiato chi lo ha adottato.

Ma si può basare sulla superiorità storica un giudizio di merito? In primo luogo si è visto che metodologie molto diverse possono raggiungere risultati equivalenti. Inoltre, si deve osservare che i greci misero il ragionamento logico deduttivo alla base delle loro strutture conoscitive, accettando un certo stile di pensiero e dedicando ad esso molte più risorse di quanto avvenuto in altre culture. Pertanto, non è chiaro se la superiorità della matematica occidentale rispetto a quella orientale sia dovuta all'efficacia del suo metodo o al maggior investimento di risorse. Infine, l'avere di fatto condotto nel tempo la matematica all'interno di una certa élite intellettuale non è una difficoltà di secondaria importanza.

Tuttavia, l'onestà e umiltà del metodo occidentale, confortati dai risultati raggiunti, fanno pensare che un giudizio ideologico negativo, di tipo "new age", nei confronti del pensare matematico occidentale sarebbe sicuramente fuorviante.

Cercare di rendere il discorso matematico più personale e conciliatorio, come nella tradizione cinese, in modo da favorire una condivisione più ampia, senza per questo rinunciare al rigore dell'approccio occidentale, è un progetto senza dubbio ambizioso. Ciò nondimeno potrebbe costituire una strada da percorrere, per risanare la frattura fra matematica e società di cui attualmente si soffre, favorendo il progresso scientifico.

A questo proposito sembra rendersi necessario un salto di qualità nel modo di fare matematica. La soluzione ai problemi evidenziati nel confronto fra l'approccio cinese e quello occidentale non può venire solo da un atteggiamento tollerante, o meno

la di prescindere dagli aspetti soggettivi della nostra esperienza, per restringere l'attenzione agli aspetti quantificabili e matematizzabili della realtà. Tutte le definizioni vengono introdotte in modo operativo e si stabiliscono protocolli e precise modalità di controllo in modo da rendere le proposizioni che si esprimono, per quanto possibile, obiettive ed incontrovertibili. Il linguaggio fondamentale diviene il linguaggio matematico».

appassionato alla ricerca della verità di quello occidentale. Non basta eliminare le differenze fra cose, idee e persone, asserendo che tutto è in armonia con tutto ed equivalente ad ogni altra cosa e che, pertanto, merita la stessa considerazione. Le differenze ci sono e vanno apprezzate.

Ma quale modello di sviluppo può valorizzare e potenziare sia la tradizione orientale che quella occidentale? L'Oriente ci insegna la tolleranza e l'inscindibilità del cosmo; l'Occidente la proficuità della distinzione ed il valore della persona. Vale la pena allora, come si tenta di fare in alcuni circoli matematici, di uscire dalle chiusure di entrambi i modi di vedere, tramite un ascolto profondo e aperto delle ragioni altrui, per imparare ad apprezzare nell'unità e nella distinzione il senso delle cose.

LAMBERTO RONDONI

SUMMARY

As a consequence of the rational, logical-deductive basis of Mathematics since the classical era, in the Western world this field of study has produced more than the mathematics of other civilisations. However, this advantage has come at the expense of a painful cultural division between admirers and detractors of the mathematical and scientific project. Paradoxically, the cause may be discovered in one of the strengths of the Western approach: the distinction between a scientific result and the person who achieved it, giving objective value to the result itself. Ancient Chinese mathematics, which developed in a cultural context that affirms the unity and harmony of the whole universe, has avoided this problem, by a close link between those involved and the evaluation of the scientific results, although progress is slower. Both traditions have produced positive results which cannot be denied. The dialogue between the two could help us to overcome various difficulties which are debated by both cultures, also in the field of scientific progress.

290 *Un modo diverso di fare matematica: la lezione della matematica cinese*

BIBLIOGRAFIA

- Boyer C.B., *Storia della matematica*, ISEDI, Milano 1976.
- Gheverghese Joseph G., *C'era una volta un numero*, Il Saggiatore, 2000.
- Li Yan, Du Shiran, Crossley J.N., Lun A.W.-C., Shih-Jan Tu, Yan Li, *Chinese Mathematics: A Concise History*, Oxford University Press, 1988.
- Lip E., *Chinese Numbers: Significance, Symbolism & Traditions*, Heian Intl. Pub. Co, 1992.